

# 江苏大学

## A 卷

科目代码: 886

科目名称: 概率论与数理统计基础

满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

说明: 做本试卷可携带普通计算器

一、单项选择题(本题共 15 题, 每题 3 分, 共 45 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一个符合题目要求, 请将所选正确答案对应的字母写在答题纸上, 并标明题号)

1. 设  $A, B$  为两个随机事件,  $P(A) \neq P(B) > 0$  且  $A \supset B$  下列命题正确的是( )

A.  $P(A|B) = 1$ ;      B.  $P(B|A) = 1$ ;      C.  $P(A|\bar{B}) = 1$ ;      D.  $P(B|\bar{A}) = 1$ 。

2. 某射手进行了三次射击,  $A_i$  表示第  $i$  次射击击中目标这一事件, 下面正确表述了事件

$A_1A_2 + A_1A_3 + A_2A_3$  的是( )

A. 恰有两次击中目标;      B. 最少两次击中目标;  
C. 最多两次击中目标;      D. 三次都击中目标。

3. 若两个随机变量  $X, Y$  相互不独立, 则下列等式中正确的只有( )

A.  $E(XY) = E(X)E(Y)$ ;      B.  $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$ ;

C.  $Cov(X, Y) = 0$ ;      D.  $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$ 。

4. 已知在一次试验中事件 A 发生的概率为 0.4, 在 100 次独立试验中事件 A 发生的次数在下列选项中最有可能是( )

A. 30;      B. 41;      C. 48;      D. 52。

5. 某灯具厂新生产了一款灯, 声称该款灯相比该厂以往的灯更具节能效果, 现要对此作出检验, 则该检验的原(零)假设应为( )

A. 新款灯的节能效果相比旧款无显著变化;      B. 新款灯的节能效果有显著提高;  
C. 新款灯的节能效果不如旧款灯;      D. 新款灯的节能效果显著降低。

6. 设  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  是取自 Poisson 分布总体  $P(\lambda)$  的简单样本,  $\bar{X}_n, S_n^2$  分别为样本均值和样本方差, 则不是参数  $\lambda$  的无偏估计的是( )

A.  $\bar{X}_n$ ;      B.  $S_n^2$ ;      C.  $X_1$ ;      D.  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 。

7. 一项研究表明, 司机驾车时因接打手机而发生事故的比列超过 20%, 用来检验这一结论的原假设和备择假设应为 ( )。

- A.  $H_0: \pi = 20\%, H_1: \pi \neq 20\%$ ;                      B.  $H_0: \pi \neq 20\%, H_1: \pi = 20\%$ ;  
C.  $H_0: \pi \leq 20\%, H_1: \pi > 20\%$ ;                      D.  $H_0: \pi \geq 20\%, H_1: \pi < 20\%$ 。

8. 设总体服从正态分布  $N(100, 100)$ , 从该总体中随机抽取样本量为 100 的简单样本, 则样本均值的数学期望和方差分别为 ( )

- A. 100, 100;              B. 100, 10;              C. 100, 1;              D. 10, 10。

9. 某项考试为 10 道单项选择题, 每题的选项为 5 项。若考生完全不具备该项考试的知识, 只是乱猜, 则可答对的题目总数的期望值为 ( )

- A. 0.2;                      B. 1.0;                      C. 2.0;                      D. 2.5。

10. 设  $u_\alpha$  是标准正态分布的  $\alpha$  分位数, 即设  $X$  服从标准正态分布,  $P(X \leq u_\alpha) = \alpha$ , 则有 ( )

- A.  $u_\alpha + u_{1-\alpha} = 1$ ;              B.  $u_\alpha + u_{1-\alpha} = 0$ ;              C.  $u_\alpha - u_{1-\alpha} = 0$ ;              D.  $u_{0.5} < 0$ 。

11. 以下关于抽样分布的说法错误的是 ( )

- A. 抽样分布主要用于评价估计量的效果以及构造置信区间和拒绝域;  
B. 常用的三大抽样分布 ( $t$  分布,  $\chi^2$  分布,  $F$  分布) 都是基于正态分布得来的;  
C. 当精确的抽样分布不易推导时, 可以通过随机模拟的等方法获得近似的抽样分布;  
D. 抽样分布一般与样本量无关。

12. 已知一总体服从正态分布, 其均值为  $\mu$ , 方差为  $\sigma^2 (> 0)$ , 取样本  $x_1, x_2, \dots, x_n (n > 1)$ ,

得到样本均值和样本方差分别为  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ ,  $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ , 以下说法错误的是

是 ( )

- A.  $\mu$  的矩估计和极大似然估计都是  $\bar{x}$ ;                      B.  $\bar{x}$  是  $\mu$  的无偏估计;  
C.  $\sigma^2 (> 0)$  的矩估计和极大似然估计都是  $s^2$ ;                      D.  $s^2$  是  $\sigma^2 (> 0)$  的无偏估计。

13. 设随机变量  $\xi$  的概率密度为  $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(x-3)^2}{4}}$  ( $-\infty < x < +\infty$ ), 则  $\eta = ( )$

$\sim N(0, 1)$ 。

- A.  $\frac{\xi+3}{2}$ ;      B.  $\frac{\xi+3}{\sqrt{2}}$ ;      C.  $\frac{\xi-3}{2}$ ;      D.  $\frac{\xi-3}{\sqrt{2}}$ 。

14. 若  $X \sim t(n)$ , 则  $\frac{1}{X^2} \sim (\quad)$ 。

- A.  $F(1, n)$ ;      B.  $F(n, 1)$ ;      C.  $\chi^2(n)$ ;      D.  $t(n)$ 。

15. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中已知  $\mu$ , 而  $\sigma^2$  未知,  $X_1, X_2, X_3$  是来自总体  $X$  的一个样本, 则下列随机变量中不能作为统计量的是: ( )

- A.  $X_1 + X_2 + X_3$ ;      B.  $X_1 + 3\mu$ ;      C.  $\sum_{i=1}^3 \frac{X_i^2}{\sigma^2}$ ;      D.  $\max(X_1, X_2, X_3)$ 。

二、计算题(本题 5 小题, 其中第 2 小题 25 分, 其余每题 20 分, 共 105 分。)

1. 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} A \cos x, & |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2} \end{cases}$ ,

试求:(1)系数  $A$ ; (2)  $X$  的分布函数及图形; (3)  $X$  落在区间  $(0, \frac{\pi}{4})$  内的概率; (4)  $E(X)$ 。

2. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的样本, 总体均值  $\mu$  和方差  $\sigma^2$  未知, 样本

均值和样本方差分别记为  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ,  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 。

(1). 求  $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$  的分布;

(2). 若  $\mu = 0$ , 求  $\frac{(X_1 + X_2)^2}{(X_1 - X_2)^2}$  的分布。

3. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是取自总体  $X$  的一个样本,

$$X \sim f(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

( $\theta > 0$ )。求  $\theta$  的矩估计  $\hat{\theta}_1$  和最大似然估计  $\hat{\theta}_2$ 。

4. 某厂生产的零件重量服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ ，现从该厂生产的零件中随机抽取 9 个，得样本均值  $\bar{x} = 56.32$ ，样本标准差  $s = 0.22$

(1) 测量标准差  $\sigma$  的大小反映了测量仪器的精度，试求  $\sigma$  置信水平为 0.95 的置信区间；

(2) 求该零件重量真值的置信水平为 0.99 的置信区间。

5. 掷一颗骰子 60 次，结果如下：

点数	1	2	3	4	5	6
次数	7	8	12	11	9	13

试在显著性水平为 0.05 下检验这颗骰子是否均匀。

试题中可能用到的临界值皆为下分位数，即  $P(X \leq z_\alpha) = \alpha$

如：  $P(X \leq z_{0.975} = 1.96) = 0.975$

$$\chi_{0.95}^2(5) = 11.0705; \quad \chi_{0.95}^2(6) = 12.5916$$

$$\chi_{0.025}^2(8) = 2.1797; \quad \chi_{0.975}^2(8) = 17.5345;$$

$$t_{0.995}(8) = 3.3554; \quad t_{0.995}(9) = 3.2498$$