

江苏大学 硕士研究生入学考试样题

A 卷

科目代码: 611

科目名称: 高等数学(单)

满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、填空题(每空 5 分, 共 50 分).

1、已知 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + C}{x - 1} = -1$, 则 C 的值为_____.

2、函数 $y = x + 2 \cos x$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值为_____.

3、设 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 1$, \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则以 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 和 $3\vec{a} + \vec{b}$ 为邻边的平行四边形面积 $S =$ _____.

4、曲线 $x = \cos^4 t, y = \sin^4 t, z = \sin^2 t \cos^2 t$ 在对应于 $t = \frac{\pi}{4}$ 点处的切线与平面 $4x + y + z = 1$ 的夹角为_____.

5、平行于 x 轴, 且过点 $P(3, -1, 2)$ 及 $Q(0, 1, 0)$ 的平面方程是_____.

6、曲面 $z = 2x^2 + 4y^3$ 在点 $(-2, 1, 12)$ 处的切平面方程为_____.

7、设 $u = e^{-x} \cos y$, 则 $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 =$ _____.

8、幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1} x^{n+1}$ 的收敛域是_____.

9、空间直线 $\frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-2}$ 与坐标面 xoy 面的交点为_____.

10、微分方程 $xy' - 3y = x^4$, $y(1) = 2$ 的特解为_____.

二、计算与证明题(每题 10 分, 共 100 分).

1、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^{\sqrt{x}} x \sin t^2 dt}{x^{3/2}}$.

2、设函数 $f(x) = \begin{cases} x^m \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$, 其中 m 为自然数。讨论:

1) m 为何值时 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续; 2) m 为何值时 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处可导。

3、设由方程 $e^{xy} + xy + x + y - 1 = 0$ 所确定的隐函数 $y = y(x)$, 求 y' 。

4、计算 $\int_0^{+\infty} x e^{-2x} dx$ 。

5、求由曲线 $y^2 = 4x$ 与 $x = 1$ 所围成的平面图形的面积, 并求该平面图形绕 y 轴旋转所得的旋转体体积

6、设 $f(x)$ 连续, $f(0) = 0$, 且满足 $f'(x) = 1 + \int_0^x [3e^{-t} - f(t)] dt$, 求函数 $f(x)$ 。

7、设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f(0) = f(1) = 0, f(\frac{1}{2}) = 1$,

试证: (1) 存在 $\eta \in (\frac{1}{2}, 1)$, 使得 $f(\eta) = \eta$ 。

(2) 对任意实数 λ , 必存在 $\xi \in (0, 1)$, 使得 $f'(\xi) - \lambda[f(\xi) - \xi] = 1$ 。

8、已知坐标平面上 n 个点 $M_i(x_i, y_i), (i = 1, 2, \dots, n)$, 在此平面上找点 M , 使其到点 M_i 的距离的平方和为最小

9、设 $f(x, y)$ 为二元连续函数, 且 $f(x, y) = xy + \iint_D f(x, y) d\sigma$, 其中 D 为由 $y = 0, y = x^2, x = 1$ 围成的平面区域, 求 $f(x, y)$ 。

10、设 C 是正向圆周 $x^2 + y^2 = 4$, 计算对坐标的曲线积分 $\oint_C y^2 dx - x^2 dy$ 。