江苏大学
硕士研究生入学考试样题　　A卷

科目代码：853　　　　　　　　　　　满分：150　分
科目名称：高等代数

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

一（20分）、设$A=\begin{bmatrix}1&2&0\\0&2&0\\-2&-2&-1\end{bmatrix}$

求：（1）A的特征值、初等因子；（2）A的Jordan标准形。

二（15分）、计算$n(n\geq 1)$阶行列式：$\begin{vmatrix}a+b&ab&0&\cdots&0&0\\1&a+b&ab&\cdots&0&0\\0&1&a+b&\cdots&0&0\\\vdots&\vdots&\vdots&\cdots&\vdots&\vdots\\0&0&0&\cdots&1&a+b\end{vmatrix}$。

三（20 分）、假设向量β可以由向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k$线性表出,证明:表示方法唯一的充分必要条件是$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k$线性无关。

四（20分）令A和B为两个$m\times n$的矩阵，证明：

$$秩(A+B)\leq秩(A)+秩(B)。$$

五（20分）(1)证明两个向量组生成相同的子空间的充分必要条件是这两个向量组等价；

(2)令$L(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k)$表示$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k$的所有线性组合构成的子空间，证明$L(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k)$的维数等于向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k$的秩。

六（20分）、设ϕ是线性空间V上的可逆线性变换，

(1)证明：ϕ的特征值一定不为0；

(2)证明：如果λ是ϕ的特征值，则$\dfrac{1}{\lambda}$是ϕ^{-1}的特征值。

七（15 分）、设A和B为n阶正定矩阵，证明$A+B$也是正定矩阵。

八（20 分）欧氏空间V中的线性变换ϕ称为反对称的，如果对任意的$\alpha,\beta\in V$，都有

$(\phi(\alpha),\beta)=-(\alpha,\phi(\beta))$。

(1)证明：ϕ是反对称的当且仅当ϕ在一组标准正交基下的矩阵是反对称的；

(2)证明：如果V_1是反对称线性变换的不变子空间，则$V_1^{\perp}$也是。