

江苏大学

硕士研究生入学考试样题

科目代码: 854

A卷

科目名称 概率论与数理统计

满分: 150分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、填空题 (每空 5 分, 共 40 分)

1. 设 $P(A) = P(\bar{B})$, $P(A|B) = 0.2$, $P(B|A) = 0.3$, 则 $P(A) =$ _____.
2. 设 n_A 表示 n 重伯努利试验中事件 A 发生的次数, p 是事件 A 在每次试验中发生的概率. 则当 n 很大时, $\frac{n_A - np}{\sqrt{np(1-p)}}$ 的近似分布为_____.
3. 设随机变量 X 的期望和方差都存在, 且 $DX = 1$, 则根据切比雪夫不等式估计 $P(|X - EX| < 4)$ _____.
4. 设 X_1, X_2, \dots, X_5 是总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本, 则当 $k =$ _____ 时, $Y = \frac{k(X_1 + X_2)}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2}} \sim t(3)$.
5. 设随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立, 其中 X_1 服从 $[0,6]$ 上的均匀分布, X_2 服从正态分布 $N(0,4)$, X_3 服从参数为 3 的泊松分布, 令 $Y = X_1 - 2X_2 + 3X_3$, 则 $E(Y) =$ _____, $D(Y) =$ _____.
6. 设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布, a 为常数且大于零, 则 $P(X \leq a+1 | X > a) =$ _____.
7. 随机从一批香烟中抽取 16 包测其尼古丁含量的毫克数, 从抽取的样本算得样本均值 $\bar{x} = 25.5$, 样本标准差 $s = 2.4$. 设香烟中尼古丁含量的分布是正态的, 则总体均值 μ 的置信度为 95% 的置信区间为_____.

二、(16 分) 三门大炮对同一个目标轰击, 每门一发炮弹, 已知它们命中率分别是 0.3、0.4、0.5, 目标中 1 发、2 发、3 发而被摧毁的概率为 0.2、0.5、0.8,

(1) 求目标被摧毁的概率;

(2) 已知目标被摧毁, 求目标中弹 2 发的概率.

三、(16 分) 设 $X \sim N(3, 4)$, 求 (1) $P(2 < X < 5)$, (2) $P(-4 < X < 10)$, (3) $P(|X| > 2)$, (4) 设 d 满足 $P(X > d) \geq 0.9$, 问 d 至多为多少?

四、(10 分) 设 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 是 θ 的两个独立的无偏估计量, 且假定 $D\hat{\theta}_1 = 2D\hat{\theta}_2$, 求常数 C_1, C_2 , 使得 $\hat{\theta} = C_1\hat{\theta}_1 + C_2\hat{\theta}_2$ 是 θ 的无偏估计, 并使 $D\hat{\theta}$ 达到最小.

五、(12 分) 设随机变量 X, Y 相互独立, 它们的密度函数分别为

$f_X(x) = \begin{cases} xe^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, $f_Y(y) = \begin{cases} ye^{-y}, & y > 0 \\ 0, & y < 0 \end{cases}$, 求随机变量 $Z = X + Y$ 的密度函数.

六、(16 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数

$$f(x, y) = \begin{cases} c(1-y), & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 (1) 常数 c ; (2) X, Y 的边缘密度函数, 并判断 X 与 Y 是否相互独立; (3) $P(X > Y^2)$.

七、(12 分) 设总体 X 的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{x}{\theta} e^{-\frac{x^2}{2\theta}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

其中 $\theta > 0$ 为未知参数. X_1, X_2, \dots, X_n 是 X 的样本, 求参数 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$.

八、(12 分) 某切割机正常工作时, 切割每段金属棒的平均长度为 10.5 厘米, 今在某段时间内随机地抽取 15 段进行测量, 结果如下: (单位: 厘米)
 10.4, 10.6, 10.1, 10.4, 10.5, 10.3, 10.2, 10.9,
 10.6, 10.8, 10.5, 10.7, 10.2, 10.7, 10.3
 假定金属棒长度服从正态分布, 问这段时间内该切割机工作是否正常?
 ($\alpha = 0.05$)

九、(16 分) 随着社会经济的发展, 国内各城市的商品房价格也逐年上涨, 下表列出来某市从 2001-2006 年房屋价格 (均价) y (单位: 元/平方米) 与该市 GDP 总量 x (单位: 亿元) 的统计数据:

年份	2001	2002	2003	2004	2005	2006
x_i	1238	1400	1602	1901	2084	2483
y_i	2854	2909	2993	3049	3110	3222

假定 y 与 x 满足线性相关关系: $y = a + bx + \varepsilon, E(\varepsilon) = 0, D(\varepsilon) = \sigma^2$.

- (1) 求 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$;
- (2) 求样本相关系数 \hat{r} ;
- (3) 求方差 σ^2 的无偏估计.

附表 1: 标准正态分布表

x	0.5	1	1.28	1.5	2	2.5	3	3.5
$\Phi(x)$	0.6915	0.8413	0.9	0.9332	0.9772	0.9938	0.9987	0.9998

附表 2: t 分布的上 α 分位表

n	$\alpha = 0.25$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.025$	$\alpha = 0.005$
14	0.6924	1.7613	2.1448	2.9768
15	0.6912	1.7531	2.1315	2.9467
16	0.6901	1.7459	2.1199	2.9208