

# 江苏大学

## 硕士研究生入学考试样题

科目代码: 603

**A卷**

科目名称 高等数学

满分: 150分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、填空题 (每题 5 分, 共 30 分)

(1) 设  $f(x) = \sqrt[3]{1-3x}$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$  \_\_\_\_\_

(2) 设  $f(x)$  在  $x=0$  处可导,  $f(0)=0$ ,  $f'(0)=2$ , 则

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x) - 3f(x^2)}{x^2} =$$
 \_\_\_\_\_

(3) 设  $y = (1 + \sin x)^x$ , 则  $y'(\pi) =$  \_\_\_\_\_(4) 设  $f'(e^x) = 1 + 2x$ ,  $f(1) = 0$ , 则  $f(e^2) =$  \_\_\_\_\_(5) 设  $f(x) = (x^2 - 3x + 2)^3 \cos \pi x$ , 则  $f^{(3)}(1) =$  \_\_\_\_\_(6) 若  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x^2) + xf(x)}{x^4} = 0$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x + f(x)}{x^3} =$  \_\_\_\_\_

二、选择题(每题 4 分, 共 24 分)

(7) 若  $a^2 - 3b < 0$ , 则方程  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  ( )

- (A) 无实根                      (B) 有唯一的实根  
(C) 有三个单实根            (D) 有重实根

(8) 已知  $x \rightarrow 0$  时,  $2\ln(1+x^2) - \ln(1+2x^2)$  与  $ax^b$  为等价无穷小, 则( )

- (A)  $a=4, b=3$                 (B)  $a=1, b=4$   
(C)  $a=1, b=3$                 (D)  $a=2, b=4$

(9) 设  $\int f(x)dx = \sin x + C$ , 则  $\int f^{(n)}(x)dx =$  ( )

- (A)  $\sin(x+n\pi) + C$         (B)  $\cos(x+n\pi) + C$

(C)  $\sin(x + \frac{n}{2}\pi) + C$  (D)  $\cos(x + \frac{n}{2}\pi) + C$

(10) 设  $f(x)$  连续,  $F(x) = \int_{2018}^x f^{2019}(t)dt$ , 下列说法正确的是( )

(A) 如果  $f(x)$  为奇函数, 则  $F(x)$  必为奇函数

(B) 如果  $f(x)$  为奇函数, 则  $F(x)$  必为偶函数

(C) 如果  $f(x)$  为偶函数, 则  $F(x)$  必为奇函数

(D) 如果  $f(x)$  为偶函数, 则  $F(x)$  必为偶函数

(11) 如果  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-a}{x+a} \right)^x = \int_a^{+\infty} x e^{-2x} dx$ , 则有( )

(A)  $a = \frac{3}{2}$  (B)  $a = \frac{1}{2}$

(C)  $a = \frac{3}{4}$  (D)  $a = 2$

(12) 函数  $f(x) = \int_0^x \frac{1}{t} (t^2 - t) dt$  ( $x > 0$ ) 的最小值为( )

(A)  $-\frac{3}{2}$  (B)  $-\frac{5}{16}$

(C)  $-\frac{1}{2}$  (D)  $-\frac{3}{16}$

三、解答题(每题 12 分,共 96 分)

(13) 试确定  $a$  的值, 使  $f(x) = a \sin x + \frac{1}{3} \sin 3x$  在  $x = \frac{\pi}{3}$  处有极值, 指出是极大值还是极小值, 并求出此极值.

(14) 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x + x^3) - \ln x}{\sec x - \cos x}$ .

(15) 计算定积分  $\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^1 \frac{x dx}{(3 - 2x^2)\sqrt{1 - x^2}}$ .

(16) 设  $f(x) = \begin{cases} \lim_{t \rightarrow x} \left( \frac{x - \pi}{t - \pi} \right)^{\frac{1}{x - \pi}}, & x \neq \pi \\ 0, & x = \pi \end{cases}$

1) 求  $f(x)$  的连续区间;

2) 求  $f(x)$  的间断点, 并指出间断点的类型.

(17) 设  $xe^x \int_0^1 f(x)dx + \frac{1}{1+x^2} + 2f(x) = 1$ , 求  $\int_0^1 f(x)dx$ .

(18) 过原点的抛物线  $y = ax^2 (a > 0)$  及  $y = 0, x = 1$  所围成的平面图形绕  $x$  轴旋转一周所成旋转体的体积为  $\frac{81}{5}\pi$ , 求  $a$  的值以及该平面图形的面积, 并求抛物线绕  $y$  轴旋转一周所成的旋转体的体积.

(19) 设  $F(x) = \int_x^{x+2\pi} e^{\sin t} \sin t dt$ , 证明:  $F(x)$  是一个大于零的常数.

(20) 设  $a < b$ ,  $f(x)$  在  $[a, b]$  上二阶可导, 且  $f(a) = f(b)$ , 证明:  $\exists \xi \in (a, b)$ , 使得

$$f''(\xi) = \frac{2f'(\xi)}{b-\xi}.$$