

**江苏大学**  
**硕士研究生入学考试样题**

**A卷**

科目代码: 886

科目名称 概率论与数理统计

满分: 150分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、选择题 (本题共 15 个小题, 每小题 3 分, 共 45 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一个符合题目要求, 把所选项前的字母填在答题纸上)

1. 设  $A, B$  互为对立事件, 且  $P(A) > 0, P(B) > 0$ , 则下列各式中错误的是 ( )

A.  $P(AB^c) = 0$     B.  $P(A|B) = 0$     C.  $P(AB) = 0$     D.  $P(A \cup B) = 1$

2. 设  $A, B$  为两个随机事件且  $P(AB) > 0$ , 则  $P(A|AB) = ( )$

A.  $P(A)$     B.  $P(AB)$     C.  $P(A|B)$     D. 1

3. 设及随机变量  $X \sim \text{Poisson}(3)$ ,  $Y \sim B(8, 0.5)$ , 且  $X, Y$  相互独立, 则

$D(X - 3Y - 4) = ( )$ .

A. -13    B. 15    C. 19    D. 21

4. 对任意随机变量  $X$ , 若  $E(X)$  存在, 则  $E[E(E(X))]$  等于 ( )

A. 0    B.  $X$     C.  $E(X)$     D.  $(EX)^3$

5. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为  $N(\mu, 4)$  的一个样本,  $\bar{X}$  表示样本均值, 则  $\mu$  的置信度为  $1 - \alpha$  的置信区间为 ( )

A.  $[\bar{x} - u_{\frac{\alpha}{2}} \frac{4}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{\frac{\alpha}{2}} \frac{4}{\sqrt{n}}]$

B.  $[\bar{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{2}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{2}{\sqrt{n}}]$

C.  $[\bar{x} - u_{\alpha} \frac{2}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{\alpha} \frac{2}{\sqrt{n}}]$

D.  $[\bar{x} - u_{\frac{\alpha}{2}} \frac{2}{\sqrt{n}}, \bar{x} + u_{\frac{\alpha}{2}} \frac{2}{\sqrt{n}}]$

6. 设总体  $X$  的数学期望为  $\mu$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自  $X$  的样本, 则下列结论中正确的是 ( ).

- A.  $X_1$  是  $\mu$  的无偏估计量      B.  $X_1$  是  $\mu$  的极大似然估计量  
C.  $X_1$  是  $\mu$  的相合(一致)估计量      D.  $X_1$  不是  $\mu$  的估计量

7. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为分布取自总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  的样本,  $\bar{X}$  表示样本均值,

$S_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ , 则服从自由度为  $n-1$  的  $t$  分布的统计量为 ( )

- A.  $\sqrt{n}(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma})$       B.  $\sqrt{n}(\frac{\bar{X} - \mu}{S_n})$       C.  $\sqrt{n-1}(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma})$       D.  $\sqrt{n-1}(\frac{\bar{X} - \mu}{S_n})$

8. 在假设检验问题中, 犯第一类错误的概率  $\alpha$  的意义是 ( ).

- A. 在  $H_0$  不成立的条件下, 经检验  $H_0$  被拒绝的概率  
B. 在  $H_0$  不成立的条件下, 经检验  $H_0$  被接受的概率  
C. 在  $H_0$  成立的条件下, 经检验  $H_0$  被拒绝的概率  
D. 在  $H_0$  成立的条件下, 经检验  $H_0$  被接受的概率

9. 随机变量  $X$  在区间  $[3, 5]$  上服从均匀分布, 则  $P(3 < X < 4) = ( )$

- A.  $P(3.5 < X < 4.5)$       B.  $P(2.5 < X < 3.5)$       C.  $P(4.5 < X < 5.5)$       D.  $P(1.5 < X < 2.5)$

10. 甲乙两人独立地对目标进行射击, 已知他们击中目标的概率分别为 0.4 和 0.5. 则目标至少被击中一次的概率为

- A. 0.6      B. 0.7      C. 0.8      D. 0.9

11. 设总体  $X \sim U[0, 2\theta], \theta > 0$ .  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为分布来自该总体的样本,  $\bar{X}$  表示样本均值, 则  $\theta$  的矩估计为 ( ).

- A.  $\bar{X}$       B.  $2\bar{X}$       C.  $\bar{X} + 1$       D.  $\bar{X} + \frac{1}{2}$

12. 若  $X \sim t(n)$ , 则  $\frac{1}{X^2} \sim ( )$

- A.  $F(1, n)$       B.  $F(n, 1)$       C.  $t(n+1)$       D.  $\chi^2(n)$

13. 样本  $X_1, X_2, \dots, X_n$  ( $n \geq 3$ ) 取自总体  $X$ , 则下列估计量中, 不是总体期望  $\mu$  的无偏估计量的是 ( )。

- A.  $0.6X_1 + 0.4X_n$     B.  $\bar{X}$     C.  $\sum_{i=1}^n X_i$     D.  $X_1 + X_2 - X_3$

14. 设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ( $n > 10$ ) 的方差都为 1,  $\text{Cov}(X_i, x_j) = 1, (i \neq j)$ , 则  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的均值  $\bar{x}$  的方差为 ( )。

- A.  $\frac{1}{n}$     B.  $\frac{2}{n}$     C.  $\frac{1}{2}$     D. 1

15. 设  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  为分布取自总体  $X \sim N(\mu, 1)$  的随机样本。对

$H_0: \mu = 0, H_1: \mu > 0$  给定一检验, 其拒绝域为  $A = \{(X_1, X_2, \dots, X_{10}) : \sum_{i=1}^{10} X_i > c\}$ ,

其中  $c$  为常数。记  $\alpha, \beta$  分别表示此检验的第一类错误和第二类错误, 则当  $c$  变大时 ( )。

- A.  $\alpha$  增大,  $\beta$  增大    B.  $\alpha$  减小,  $\beta$  减小    C.  $\alpha$  增大,  $\beta$  减小    D.  $\alpha$  减小,  $\beta$  增大

二、计算题 (本题共 6 小题, 其中第 1, 2, 5, 6 小题各 15 分, 第 3 小题 25 分, 第 4 小题 20 分共计 105 分。)

1. 设随机变量  $X, Y$  相互独立, 且  $X \sim N(1, 1), Y \sim N(3, 12)$ 。试求  $P(2X < Y)$ 。

2. 设  $x_1, x_2, x_3$  是来自  $N(0, \sigma^2)$  的样本, 试求  $\frac{3}{2} \left( \frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2 - x_3} \right)^2$  的分布。

3. 设总体  $X$  的密度函数为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} 2e^{-2(x-\theta)} & x \geq \theta \\ 0 & x < \theta \end{cases}$$

未知参数  $\theta > 0, x_1, x_2, \dots, x_n$  为  $X$  的一个样本。

(1) 求  $\theta$  的矩估计量  $\hat{\theta}_1$  并讨论其是否为无偏估计量。

(2) 求  $\theta$  的极大似然估计量  $\hat{\theta}_2$  并讨论其是否为无偏估计量。

(3) 将  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$  修正为  $\hat{\theta}_3, \hat{\theta}_4$  使其为  $\theta$  的无偏估计, 并比较  $\hat{\theta}_3, \hat{\theta}_4$  的有效性。

4. 设  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为抽自正态总体  $N(\mu, 16)$  的简单随机样本, 为使得  $\mu$  的置信水平为  $1-\alpha$  的置信区间的长度不大于给定的  $l$ , 试问样本容量  $n$  至少要多少?
5. 某种导线的质量标准要求其电阻的标准差不得超过 0.005 欧姆。今在一批导线中随机抽取样本 9 根, 测得样本标准差为  $s=0.007$  欧姆。设总体为正态分布, 问在显著性水平  $\alpha=0.05$  下能否认为这批导线的标准差显著地偏大?
6. 按孟德尔遗传规律, 让开淡红花的豌豆随机交配, 子代可区分为红花、淡红花和白花三类, 且其比例为 1:2:1。为验证该理论, 观察一次实验, 得到红花、淡红花和白花的豌豆株数分别为 26, 66, 28。这些数据与孟德尔定律是否一致 ( $\alpha=0.05$ )?

若  $X \sim N(0,1)$ ,  $U_\alpha$  定义为:  $P(X \leq U_\alpha) = \alpha$

$$\Phi(0.25) = 0.5987$$

$$\chi_{0.95}^2(2) = 5.9915, \quad \chi_{0.95}^2(3) = 7.8147,$$

$$\chi_{0.95}^2(8) = 15.5073 \quad \chi_{0.95}^2(9) = 16.9190.$$